

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ КРАСНОЯРСКОГО КРАЯ

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ г. МИНУСИНСКА

Городская научно-практическая конференция «СТАРТ В НАУКУ»

ФЛЕКСАГОНЫ И ФЛЕКСОРЫ

(исследовательская работа по математике)

Жарких Илья Витальевич

МОБУ «СОШ №9»

6 «А» класс,

Иванова Нина Александровна

учитель математики

МОБУ «СОШ №9»

г. Минусинск, 2018

Введение

В мире существует много неоткрытых, поразительных вещей, которым ещё предстоит удивить нас своими замечательными свойствами. При выборе предмета для исследования, первое, что меня привлекло, это странное название – флексагон. Оказалось, это флексагон (англ. toflex - складываться, сгибаться, гнуться). Изгибая бумагу, я не задумывался о том, что уже сталкиваюсь с математикой. Даже не предполагал, что мои занятия подчинены строгим математическим правилам. Значит, познание такого мудрёного предмета, как геометрия, с уравнениями и формулами, вполне возможно через игру, через изгибание полоски бумаги, у которой такое звучное и загадочное название – флексагон и это делает математику увлекательной, более доступной. Так появилась **цель работы**: рассмотреть виды многогранников, в частности, флексагоны и флексоры, и выполнить модели некоторых из них.

Объект исследования - предмет математика.

Предмет исследования – геометрия гнущихся многоугольников.

Задачи исследования:

- познакомиться с понятием многоугольник, многогранник;
- рассмотреть такие виды многогранников как флексагоны и флексоры; познакомиться с историей возникновения флексагонов и флексоров;
- научиться выполнять некоторые модели флексагонов и флексоров.

Методы исследования: - сбор информации по данной теме, анализ периодической и научной литературы, работа с источниками, размещёнными в сети Интернет, необходимые расчеты при построении, создание наглядных моделей.

Актуальность и выбранной темы:

Флексагоны и флексоры – это всего лишь геометрические игрушки, но они тесно связаны с нашей повседневной действительностью и встречаются в разных областях науки и жизни.

Что же такое флексагоны – обычное оригами, или серьёзная математика?

Итак, я приглашаю вас на короткую экскурсию в мир флексагонов, - бумажных игрушек, обладающих поразительной способностью внезапно менять свою форму и цвет.

Многогранники в истории математики

Многогранники – это объемные геометрические тела, которые ограничиваются поверхностью, составленной из многоугольников (плоских фигур с прямыми сторонами). Принято считать, что история многогранников начинается в Вавилоне или Древнем Египте, но в отдельных источниках есть упоминания о том, что уже в каменном веке люди имели представление о многогранниках. Например, в эпоху неолита в Шотландии были возведены из камня модели пяти правильных геометрических тел. Однако, до периода Античности (с 3300 до н.э.) никогда правильным многогранникам не отводилось столько места, сколько они занимали в культуре Древней Греции. Великий математик древности Пифагор первым познал и смоделировал правильный додекаэдр. Однако пифагорейцы знали только о трех правильных многогранниках: тетраэдре, гексаэдре и додекаэдре. Позже Теэтет Афинский построил октаэдр и икосаэдр. Свои имена пять правильных многогранников получили в переводе с греческого языка по числу граней.

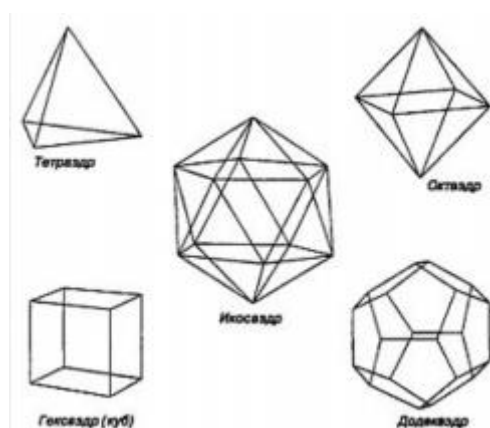
Тетраэдр – четырехгранник

Гексаэдр – шестигранник

Октаэдр – восьмигранник

Додекаэдр – двенадцатигранник

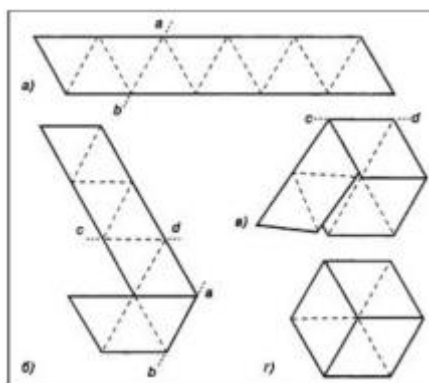
Икосаэдр – 20-тигранник



Флексагоны и флексоры представляют собой более интересные и красивые фигуры.

Что такое флексагоны и флексоры

Флексагон - это склеенная из бумаги игрушка-многоугольник, которая обладает удивительным свойством: при перегибании флексагона его наружная поверхность прячется внутрь, а ранее скрываемая поверхность неожиданно выходит наружу. «Flex» с английского означает складываться, сгибаться, гнуться. Отсюда и произошло название "Флексагон".



Флексор (латин. flexor - сгибатель) – вращающиеся кольца тетраэдров
 Вращающиеся кольца тетраэдров – эта цепочка из тетраэдров обладает удивительной способностью изгибаться и выворачиваться до бесконечности, все время, меняя свою форму.



Существует несколько видов флексагонов: тригексафлексагон (шестиугольник с тремя поверхностями), тетрагексафлексагон (с четырьмя поверхностями), пентагексафлексагон (с пятью поверхностями), гексагексафлексагон (с шестью поверхностями) и другие. Существуют флексагоны, построенные на основе квадрата. В моей работе рассматриваются только те флексагоны, которые собираются на основе треугольника.

Надо сказать, что тригексафлексагон делается намного проще, чем гексагексафлексагон, в котором имеются не три, а шесть сторон. Перегибая тригексафлексагон, можно увидеть, как стороны появляются друг за другом: это хорошо отследить, если нарисовать на гранях рисунки или раскрасить их в различные цвета. Гексагексафлексагон удивителен еще и тем, что при выворачивании можно заметить странную вещь. Стороны показываются не по порядку. Причем стороны с цифрами 1, 2 и 3 показываются намного чаще (практически в 3 раза), чем стороны с цифрами 4, 5 и 6. Можно помногу раз выворачивать флексагон и совсем не увидеть 4, 5, или 6-ю стороны.

Историческая справка

Впервые о флексагонах заговорили в 1939 году. Однажды 23-летний аспирант из Англии Артур Х. Стоун, изучавший математику в Пристоне, обрезая листы американского блокнота, чтобы подогнать их под привычный формат, решил немного развлечься. Он стал складывать из отрезанных 6 полосок бумаги различные фигуры. Одна из фигур ему особенно понравилась. Перегнув полоску бумаги в трёх местах и соединив концы, он получил правильный шестиугольник. Взяв этот шестиугольник, Стоун подогнул противоположный угол так, что его вершина совпала с центром фигуры. При этом Стоун обратил внимание на то, что когда шестиугольник раскрывался как бутон, видимой становилась совсем другая поверхность. Если бы стороны шестиугольника были разного цвета, то после перегибания поверхность изменила бы свою окраску. Так был придуман первый флексагон с тремя поверхностями. Подумав над ним ночь, Стоун понял, что можно построить более сложный шестиугольник с шестью поверхностями вместо трёх. Стоун решил показать эту модель своим друзьям по университету. Скоро был создан "Флексагонный комитет", в котором был сам Стоун, аспирант-математик Бриан Таккерман, аспирант-физик Ричард Фейнман и молодой преподаватель математики Джон У.Тьюки. Комитет открыл, что можно сделать флексагоны с 9, 12, 15 и большим числом поверхностей. Таккерману удалось сделать флексагон с 48 поверхностями. Он также обнаружил, что из зигзагообразной полоски бумаги можно сложить тетрагексафлексагон с четырьмя и пентагексафлексагон с пятью поверхностями. Тетрафлексагоны были придуманы намного раньше гексафлексагонов. Но они гораздо менее изучены. Что касается флексоров, то Дж. М. Андреас и Р.М. Сталкер независимо друг от друга открыли семейство изгибаемых конечных многогранников с $2n$ вершинами, $6n$ ребрами (из которых $2n$ сдвоенных) и $4n$ треугольными гранями; n может равняться 6, 8 или любому большему целому числу. Гранями служат грани n тетраэдров, соединенных между собой в циклическом порядке по определенным парам противоположных ребер каждого, так что получается фигура наподобие кольца. При $n = 6$ эта фигура еще достаточно жесткая, но при $n = 8$ она уже может изгибаться и выворачиваться до бесконечности, как колечко дыма. Когда n четно, фигура стремится принять симметричную форму; особенно хороша она при $n = 10$. Когда n нечетно, из-за полного отсутствия

симметрии картина становится, пожалуй, еще более захватывающей. При n , большем или равном 22, кольцо может зауживаться.



Разновидности флексагонов

| № | Вид гексофлексагона | Количество поверхностей | Количество изображений | Число треугольников |
|---|----------------------|-------------------------|------------------------|---------------------|
| 1 | Унагексафлексагон | 1 | 1 | 6 |
| 2 | Дуогексафлексагон | 2 | 2 | 6 |
| 3 | Тригексафлексагон | 3 | 2 | 10 |
| 4 | Тетрагексафлексагон | 4 | 10 | 13 |
| 5 | Пентагексафлексагон | 5 | 13 | 16 |
| 6 | Гексагексафлексагон | 6 | 15 | 19 |
| 7 | Гептагексафлексагон | 7 | 18 | 22 |
| 8 | Додекагексафлексагон | 12 | 30 | 37 |

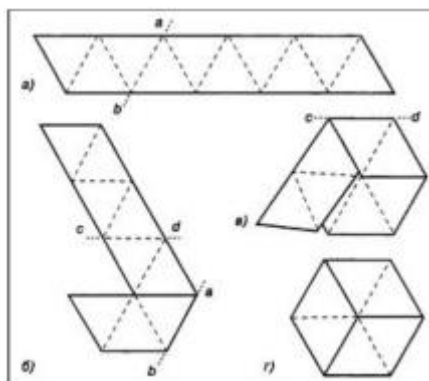
Гексафлексагон: "гекса" - из-за их шестиугольной формы. "Гекс" с греческого переводится как шесть.

Каждый вид флексагонов имеет свои особенности складывания. Вот некоторые из них:

Унагексафлексагон. Полоска из трёх треугольников разглаживают и концы её соединяют так, чтобы получился лист Мёбиуса с треугольным краем.

Дуогексафлексагон является просто шестиугольником, который вырезали из бумаги. У него две стороны, но он не складывается.

Тригексафлексагон. Существует только одна разновидность этого флексагона.



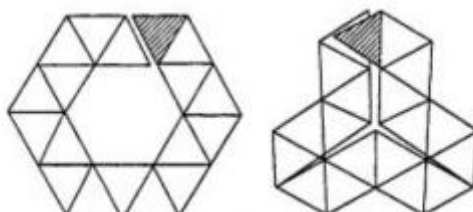
Тетрагексафлексагон также существует лишь в единственном варианте. Его складывают из пилообразной полоски, такой же как на рисунке.



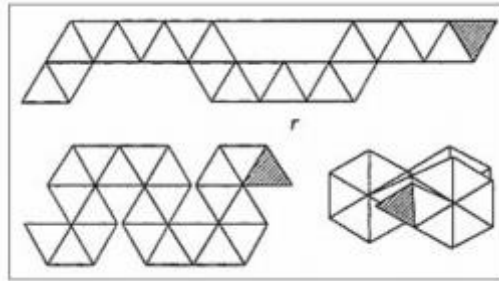
Пентагексафлексагон. Единственную разновидность этого флексагона складывают из полоски, показанной на рисунке.



Гексагексафлексагон. Существует три различных типа этих флексагонов, каждый из них обладает неповторимыми свойствами. Их все можно сделать из полосок форма которых показана на рисунке.



Гептагексафлексатон. Его складывают из трёх полосок бумаги. Первую полоску можно сложить двумя различными способами, поэтому общее число возможных форм гептагексафлексатонов равно 4. Третью форму этих флексатонов получают из полоски бумаги, похожей на восьмёрку.



Флексор с шестью поверхностями

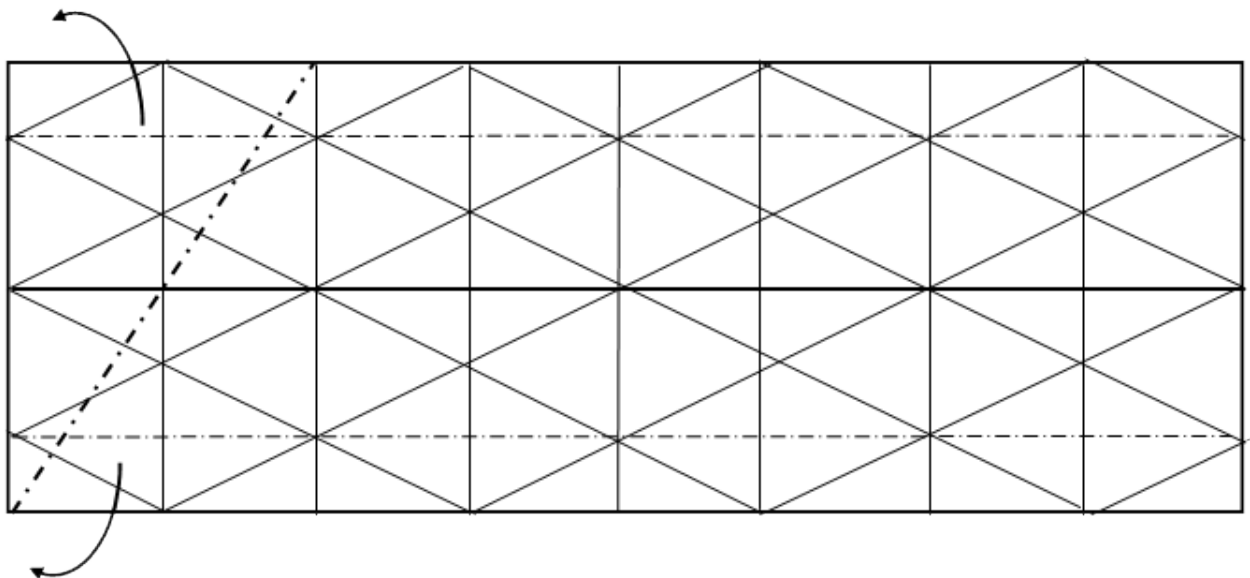
Шаг 1. Вырезать фигуру, разбить её на треугольники

Шаг 2. Согнуть фигуру по всем линиям, как на рисунке

Шаг 3. Перегнуть треугольники к противоположной стороне и склеить

Итог. Сложить объёмные треугольники друг с другом, ушки вклеить в промежуток

4



Заключение

Мы часто в нашей жизни встречаемся с флексагонами и флексорами, сами того не подозревая. Например, знакомая с детства игрушка «змейка» является флексором. Книжка-раскладушка, придуманная и запатентованная в России - это флексогон. Но не все, что крутится, раскладывается и вращается является флексорами и флексагонами. Кубик «Рубика» вращается, но не является флексором.

В ходе выполнения работы были решены следующие задачи: познакомились с понятием «многогранник» и с историей возникновения флексагонов и флексоров; рассмотрели такие виды многогранников как флексагоны и флексоры; научились выполнять некоторые модели флексагонов и флексоров. Выполнение моделей флексагонов и флексоров научило быть терпеливым и уверенным в своих силах человеком. Ведь отыскание схемы путей перевода из одной позиции в другую этих интересных фигур, которые могут внезапно изменить окраску, не только трудное занятие, но ещё и увлекательное. Особенно трудно понять закономерность фигур, той или иной развёртки. Но это очень интересно!

Используемая литература:

- 1. Болл У., Коксетер Г. Математические эссе и развлечения. - М.: Мир, 1986, С. 471.
- 2. ВИКИПЕДИЯ. - URL <http://ru.wikipedia.org/wiki/Флексагон>. Дата обращения: 1.02.2018
- 3. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. - М.: Мир, 1971, С. 235.
- 4. Дженкинс Д., Биар М. Математические головоломки. - М.: Центрполиграф, 2000, С. 32.
- 5. Долбинин Н. Жесткость выпуклых многогранников. // Квант. 1988. №5. С. 6 - 14.
- 6. Залгаллер В. Непрерывно изгибаемый многогранник. // Квант. 1978. № 9. С. 13 - 19.
- 7. Панов А. А. Флексагоны, флексоры, флексманы. //Квант. 1989. №1. С. 10 -14.
- 8. Репина Г. Флексагоны как средство математического развития дошкольников. //Дошкольная педагогика. 2008. №3. С. 22-26.
- 9. Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия. Учебное пособие для 5-6 классов. - М.: Мирос, 1995, С. 240.
- 10. Энциклопедия знаний. - URL: <http://www.pandia.ru/96559/>. Дата обращения: 1.02.2018.